**به نام او**

**تمرینات سری اول – فصل اول**

پاسخ تمرین‌ها را به صورت خوانا و تمیز در قالب ( به عنوان مثال، ) نوشته و تا قبل از ددلاین در سامانه کورسز دانشگاه آپلود نمایید. در صورت وجود هرگونه ابهام، با ایمیل در ارتباط باشید.

1. درستی و یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید و برای پاسخ خود دلیل مناسب بیاورید.

الف) اگر یک لیست برداری مانند داشته باشیم که شامل یک بردار باشد، مستقل خطی است اگر و تنها اگر باشد.

ب) بردارهای در فضای R4 مستقل خطی هستند.

ج) اگر A یک ماتریس باشد که ستون های آن Rm را Span نمی کنند، آنگاه A در هر سطر خود دارای pivot خواهد بود.

2. سوالات پاسخ کوتاه:

الف) مشخص کنید که تبدیل زیر خطی است یا نه؟

ب) فرض کنید یک ماتریس صفر باشد (ماتریسی که تمام درایه‌های آن صفر است) در این صورت مجموعه جواب معادله ماتریسی چه خواهد بود؟

ج) نشان دهید بردارهای فضای را نمی‌کنند.

3. برای مقادیری تعیین کنید تا سیستم زیر:

الف) جواب یکتا داشته باشد.

ب) بی نهایت جواب داشته باشد.

ج) جواب نداشته باشد.

4. *معادله‌ی برداری زیر را حل کنید. آیا ترکیب خطی بردار‌های است؟ آیا در فضای بردار‌های است؟*

5. ماتریس را درنظر بگیرید. بررسی کنید آیا معادله به ازای هر در دارای جواب می‌باشد؟ سپس بررسی کنید که آیا بردار در زیرمجموعه‌ای که ستون های آن را می‌کنند قرار دارد یا خیر (دلیل آن را ذکر کنید)

6. اگر یک ماتریس باشد به طوری که ، توضیح دهید چرا ستون های نمی‌توانند فضای را کنند.

7. ماتریس یک ماتریس می‌باشد. برداری مانند را در فضای درنظر بگیرید به طوری که

دستگاه معادلات خطی ناشی از ستون های ناسازگار باشد. آیا برداری مانند در وجود خواهد داشت که معادله‌ی دارای یک جواب یکتا شود؟ (توضیح دهید)

8. معادله ی ماتریسی را حل کنید و جواب خود را به فرم برداری نمایش دهید؛ که در آن:

سپس درستی بردارهای بدست آمده در فرم برداری را بررسی کنید و در نهایت با توجه به فرم کاهش‌یافته‌ی سطری - پلکانی ماتریس ، بررسی کنید که آیا برداری مانند در وجود دارد که معادله ماتریسی به ازای آن ناسازگار () باشد؟ توضیح دهید.

9. اگر تبدیل خطی باشد به این صورت که :

*الف) بردار را بدست آورید.*

*ب) فرمول را بدست آورید.*

10. فرض کنید و یک تبدیل خطی باشد:

الف) آیا T پوشا (onto) است؟

ب) آیا T یک به یک (one to one) است؟

11. (**امتیازی**) فرض کنید یک تبدیل خطی است به گونه‌ای که و زیر مجموعه ای از فضای باشد به گونه‌ای که تشکیل یک مجموعه‌ی مستقل خطی بدهد. ثابت کنید که مجموعه‌ی نیز یک مجموعه‌ی مستقل خطی است.

موفق باشید

تیم تدریس‌یاری جبرخطی

زمستان 99